

МИНОБРНАУКИ РОССИИ



Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Российский государственный гуманитарный университет»
(ФГАОУ ВО «РГГУ»)

*ИНСТИТУТ ЭКОНОМИКИ, УПРАВЛЕНИЯ И ПРАВА (ФАКУЛЬТЕТ УПРАВЛЕНИЯ)
Кафедра моделирования в экономике и управлении*

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

38.05.01 Экономическая безопасность

Код и наименование направления подготовки/специальности

«Экономическая безопасность хозяйствующего субъекта»

Наименование специализации

Уровень высшего образования: специалитет

Форма обучения: очная, заочная

Москва 2025

Линейная алгебра

Рабочая программа дисциплины

Составитель:

канд. физ.-мат. наук, доцент, Л.Н. Сидорова

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры

№ 3 от 15.10.2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

1.	Пояснительная записка.....	4
1.1.	Цель и задачи дисциплины.....	4
1.2.	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций.....	4
1.3.	Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	5
2.	Структура дисциплины.....	5
3.	Содержание дисциплины.....	6
4.	Образовательные технологии.....	10
5.	Оценка планируемых результатов обучения.....	11
5.1	Система оценивания.....	11
5.2	Критерии выставления оценки по дисциплине.....	12
5.3	Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.....	13
6.	Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.....	15
6.1	Список источников и литературы.....	15
6.2	Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».....	16
7.	Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	16
8.	Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов.....	16
9.	Методические материалы.....	17
9.1	Планы семинарских занятий.....	17
9.2	Методические рекомендации по подготовке письменных работ.....	21
	Приложение 1. Аннотация рабочей программы дисциплины.....	24

1. Пояснительная записка

1.1. Цель и задачи дисциплины «Линейная алгебра»

Цель дисциплины - обеспечение уровня математической грамотности студентов, достаточного для формирования навыков математической постановки и решения классических задач линейного программирования, моделирования процессов управления и экономики.

Задачи дисциплины:

- изучение основ линейной алгебры, аналитической геометрии и линейного программирования;
- выработка навыков решения типовых математических задач;
- развитие логического и алгоритмического мышления, умения строго излагать свои мысли;
- формирование умения применять основные понятия и методы линейной алгебры и линейного программирования для расчета различных количественных характеристик в задачах экономической теории и теории управления.

1.2 . Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	Индикаторы компетенций (код и наименование)	Результаты обучения
ОПК-2 Способен осуществлять сбор, анализ и использование данных хозяйственного, налогового и бюджетного учетов, учетной документации, бухгалтерской (финансовой), налоговой и статистической отчетности в целях оценки эффективности и прогнозирования финансово-хозяйственной деятельности хозяйствующего субъекта, а также выявления, предупреждения, локализации и нейтрализации внутренних и внешних угроз и рисков.	ОПК-2.1. Осуществляет сбор, анализ и использование данных хозяйственного, налогового и бюджетного учетов, учетной документации, бухгалтерской (финансовой), налоговой и статистической отчетности	<p><i>Знать:</i> Основные понятия линейной алгебры, аналитической геометрии и линейного программирования для решения экономических задач.</p> <p><i>Уметь:</i> Использовать математический аппарат теории матриц, линейных пространств, линейных операторов; анализировать и решать системы линейных уравнений; решать простейшие задачи линейного программирования; применять усвоенные математические понятия и методы анализа для выработки оптимальных решений в сфере экономики и управления.</p> <p><i>Владеть:</i> Навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов..</p>

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Линейная алгебра» относится к обязательной части блока дисциплин учебного плана.

2. Структура дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 академических часов.

Структура дисциплины для очной формы обучения

Объем дисциплины в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Курс	Тип учебных занятий	Количество часов
1	Лекции	18
1	Семинары	24
Всего:		42

Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся составляет 48 академических часа(ов).

Структура дисциплины для заочной формы обучения

Объем дисциплины в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Курс	Тип учебных занятий	Количество часов
1	Лекции	4
1	Семинары	12
Всего:		16

Объем дисциплины в форме самостоятельной работы обучающихся составляет 128 академических часов

3. Содержание дисциплины

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание
1	ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА	<p><u>Тема 1.</u> СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ. МЕТОД ГАУССА. Введение в курс. Основные этапы становления современной математики и ее структура. Значение математических знаний в современном образовании экономиста и менеджера. Системы линейных уравнений: определение, примеры. Свойства систем уравнений: совместность, несовместность, определенность, неопределенность. Частные и общее решения. Эквивалентность систем, элементарные преобразования, сохраняющие эквивалентность систем. Метод исключения неизвестных (метод Гаусса).</p> <p><u>Тема 2.</u> МАТРИЦЫ. ДЕЙСТВИЯ НАД МАТРИЦАМИ. Понятие матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами и их свойства: сложение, умножение на число, произведение, возведение в целую степень, матричные многочлены, транспонирование. Элементарные преобразования матриц, эквивалентные матрицы.</p> <p><u>Тема 3.</u> ОПРЕДЕЛИТЕЛИ. МИНОРЫ И АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДОПОЛНЕНИЯ. ТЕОРЕМА ЛАПЛАСА. Основные понятия. Схема вычисления определителей 1–3 порядка. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Общая формула для вычисления определителей: теорема Лапласа.</p> <p><u>Тема 4.</u> МАТРИЧНЫЕ УРАВНЕНИЯ. МЕТОД КРАМЕРА. Матричные уравнения 2-ого и 3-его порядка. Формулы Крамера.</p> <p><u>Тема 5.</u> ОБРАТНАЯ МАТРИЦА. ПОСТРОЕНИЕ ОБРАТНОЙ МАТРИЦЫ. Невырожденная матрица. Обратная матрица. Алгоритм построения обратной матрицы.</p> <p><u>Тема 6.</u> МАТРИЧНЫЕ УРАВНЕНИЯ. МЕТОД ОБРАТНОЙ МАТРИЦЫ. Матричные уравнения 2-ого и 3-его порядка. Решение методом обратной матрицы.</p> <p><u>Тема 7.</u> МАТРИЧНЫЕ УРАВНЕНИЯ, ХАРАКТЕРНЫЕ ДЛЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ. Матричные уравнения, характерные для реальных экономических задач. Решение методом обратной матрицы.</p> <p><u>Тема 8.</u> РАНГ МАТРИЦЫ. БАЗИСНЫЙ МИНОР МАТРИЦЫ. ТЕОРЕМА КРОНЕКЕРА-КАПЕЛЛИ. Ранг матрицы. Базисный минор матрицы. Теорема о ранге матрицы и ее следствия. Базис и размерность линейного пространства. Теорема Кронекера-Капелли.</p>

		Тема 9. ОБЩИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений. Базисные и свободные неизвестные. Свойства множеств решений однородных и неоднородных систем. Структура общего решения неоднородной системы.
--	--	--

4. Образовательные технологии

Для проведения учебных занятий по дисциплине используются различные образовательные технологии. Для организации учебного процесса может быть использовано электронное обучение и (или) дистанционные образовательные технологии.

5. Оценка планируемых результатов обучения

5.1. Система оценивания

Заочная форма обучения

Форма контроля		Макс. количество баллов	
	За одну работу		Всего
Текущий контроль:			
- Практические задания и теоретические. вопросы		2 балла	10 баллов
- Контрольная работа №1 (темы 1-2)		20 баллов	20 баллов
- Контрольная работа №2, (темы 3-9)		30 баллов	30 баллов
Промежуточная аттестация - экзамен			40 баллов
Итого за дисциплину			100 баллов

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	Отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	Хорошо		C
56 – 67	Удовлетворительно		D
50 – 55		E	
20 – 49	Неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ А, В	«отлично»/ «зачтено (отлично)»/ «зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения.</p> <p>Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».</p>
82-68/ С	«хорошо»/ «зачтено (хорошо)»/ «зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей.</p> <p>Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».</p>
67-50/ D, E	«удовлетвори- тельно»/ «зачтено (удовлетвори- тельно)»/ «зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине.</p>

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
		Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».
49-0/ F, FX	«неудовлетворительно»/ не зачтено	Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.

5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости

Тема 1 Системы линейных уравнений (СЛУ). Метод Гаусса. Использование СЛУ в решениях экономических задач: на примере «Задачи о фермере».

Вопросы для обсуждения

1. Системы линейных уравнений 2, 3, n-го порядка. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Три типа систем линейных уравнений.
2. Пример Постановки задачи. Сведение текстовой задачи («Задача о фермере», 3 варианта) к системам линейных уравнений 3 типов.

Практические задания

Вариант 1: Фермер вложил в прошлом году в зерноводство, животноводство и овощеводство всего 10 млн.д.е. и получил 780тыс.д.е. прибыли. В текущем году он собирается увеличить вложения в зерноводство в 2 раза, в животноводство в 3 раза, а вложения в овощеводство оставить на прошлогоднем уровне. На все это фермер выделяет 22 млн.д.е. Какую прибыль собирается получить фермер в текущем году, если зерноводство приносит 10% прибыли на вложенные средства, животноводство 8% и овощеводство 6%?

Вариант 2: Рассмотрим задачу из Варианта 1 со следующими изменениями: зерноводство приносит 8% прибыли на вложенные средства, животноводство 10% и овощеводство 6%.

Вариант 3: Рассмотрим задачу из Варианта 2 со следующими изменениями: Фермер получил 840 тыс.д.е. прибыли.

Задания

1. Разбор и решение задачи № 2.1.37 - Метод Гаусса. (Здесь и далее все №№ практических заданий даны по Учебнику [1] из списка Обязательной Литературы.)
2. Постановка и решение «Задачи о фермере».

3. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 2.1.12, 2.1.13, 2.1.14.

Тема 2 Матрицы. Операции над матрицами. Приведение матрицы системы линейных уравнений к ступенчатому виду. Свойства умножения матриц. Контрольная работа № 1.

Вопросы для обсуждения

1. Матрицы: виды матриц.
2. Матричные операции: сложение, умножение, возведение в степень. Возможность выполнения в зависимости от размерности, правила выполнения, свойства. Транспонирование матриц.
3. Матричный полином.
4. Алгоритм приведения матрицы к ступенчатому виду.
5. Правила умножения матриц. Примеры отсутствия коммутативности умножения матриц.

Практические задания

1. Матрицы. Разбор и решение задач №№ 1.1.1, 1.1.2, 1.1.11, 1.1.7, 1.1.21
2. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 1.1.3, 1.1.5, 1.1.53, 1.1.17, 1.1.27, 1.1.79, 1.1.80.

Тема 3 Определители матриц, миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.

Вопросы для обсуждения

1. Определитель матрицы 2-ого порядка, 3-ого порядка.
2. Правило «треугольников» (правило Саррюса).
3. Миноры и алгебраические дополнения.
4. Определитель матрицы n-го порядка. Теорема Лапласа. Вычисление определителей методом разложения по строке или столбцу.

Практические задания

1. Вычисление Определителей 2-ого порядка, 3-ого и 4-ого порядка. Разбор и решение задач №№ 1.2.1, 1.2.20, 1.2.13, 1.2.24, 1.2.25, 1.4.1.
2. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 1.2.4, 1.2.6, 1.2.22, 1.2.23, 1.2.26, 1.2.29.

Тема 4 Матричные уравнения. Метод Крамера.

Вопросы для обсуждения

1. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.
2. Матричные уравнения 2-го и 3-го порядка.

Практические задания

1. Решение систем линейных уравнений методом Крамера. Разбор и решение задачи №№ 2.2.2.
3. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 1.4.30, 1.4.34, 2.2.11 (решение методом Крамера)

Тема 5 Обратная матрица. Построение обратной матрицы.

Вопросы для обсуждения

1. Обратная матрица.
2. Присоединенная матрица.
3. Алгоритм вычисления обратной матрицы..

Практические задания

1. Разбор и решение задач Домашнего задания №№ 1.2.6, 1.2.29.
2. Построение Обратной матрицы. Разбор и решение задачи 1.4.9.3.

3. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 1.4.4, 1.4.10, 1.4.11, 1.4.38, 1.4.39

Тема 6-7 Матричные уравнения. Метод обратной матрицы. Матричные уравнения, характерные для экономических задач.

Вопросы для обсуждения

1. Матричные уравнения 2-го и 3-го порядка.
2. Решение матричных уравнений методом обратной матрицы.
3. Матричные уравнения, характерные для экономических задач.

Практические задания

1. Решение Матричных уравнений методом обратной матрицы. Разбор задачи №№ 1.4.27.
2. Решение Матричных уравнений, характерных для экономических задач. Разбор и решение задачи №№ 1.4.30.

3. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 2.2.22, 2.2.23 (решение методом обратной матрицы), 1.4. 29, 1.4.31.

Тема 8-9 Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Исследование систем линейных уравнений. Базисный минор, базисные и свободные переменные.

Вопросы для обсуждения

1. Поиск ранга ступенчатой матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.
2. Поиск ранга расширенной матрицы системы линейных уравнений.
3. Базисный минор, базисные и свободные переменные.
4. Базисное решение.

Практические задания

1. Нахождение ранга ступенчатой матрицы в задачах Домашнего задания №№ 1.1.79, 1.1.80
2. Нахождение ранга расширенной матрицы системы линейных уравнений в Задаче о фермере (три варианта). Исследование совместности систем линейных уравнений.
3. Решение Матричных уравнений. Разбор и решение задачи №№ 1.4.30.
4. Исследовать систему линейных уравнений. Если она совместна, указать базисный минор, базисные и свободные переменные. Найти базисное решение.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -2 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 = -3 \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 15 \end{cases}$$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 1.1.28, 1.3.2, 1.3.18, 1.4.29, 2.1.47, 2.1.15.

Задание для контрольной работы

Контрольная работа №1:

Вычисление матричного полинома.

Решение определенных систем линейных уравнений 3-го порядка

а) методом Гаусса

Поиск определителя матрицы по правилу Сарруса

Поиск определителя матрицы по теореме Лапласа.

Решение определенных систем линейных уравнений 3-го порядка

а) методом Крамера.

Задания

1. Решение индивидуального варианта Контрольной работы №1 (заочная форма обучения) в письменной форме.

Контрольной работы №2.

1. Построение обратной матрицы.

2. Решение определенных систем линейных уравнений 3-го порядка методом обратной матрицы.

3. Решение матричного уравнения, характерного для экономических задач.

4. Исследование систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.

5. Решение неопределенных систем линейных уравнений.

Задания

1. Решение индивидуального варианта Итоговой Контрольной работы в письменной форме.

2. Подготовка индивидуального вопроса Коллоквиума по теоретическому материалу I семестра в письменной форме.

Фонды оценочных средств для промежуточной аттестации обучающихся

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПРОВЕРКИ КОМПЕТЕНЦИИ УК-10

Оценочные материалы по дисциплине «Линейная алгебра»

1.

Пусть $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 6 & 0 & -2 \\ 7 & 1 & 8 \end{pmatrix}$.

Существуют ли произведения АВ и ВА?

- только ВА
- только АВ
- существуют оба произведения АВ и ВА
- оба произведения не существуют

2. Пусть

$$A = (4 \ 0 \ -2 \ 3 \ 1), \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Существуют ли произведения АВ и ВА?

- только ВА
- только АВ
- существуют оба произведения АВ и ВА
- оба произведения не существуют

3. Транспонировать матрицу $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$

a. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$

b. $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 3 \end{vmatrix}$

c. $\begin{vmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 5 & -3 & 2 \\ 1 & 4 & -3 \end{vmatrix}$

d. $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

4. Для каких квадратных матриц А существует обратная матрица А⁻¹?

(выбрать правильные ответы)

- определитель матрицы А меньше 0
- определитель матрицы А равен 1
- определитель матрицы А равен 0
- определитель матрицы А не равен 0

5. В каких четвертях могут располагаться точки $B(x; y)$, если $xy < 0$?
- в первой и второй
 - в первой и третьей
 - во второй и третьей
 - во второй и четвертой
6. В каких четвертях могут располагаться точки $B(x; y)$, если $x - y = 0$?
- в первой и второй
в первой и третьей
во второй и третьей
во второй и четвертой
7. При решении системы линейных уравнений методом Гаусса в расширенной матрице была получена только одна нулевая строка. Это означает, что
- система несовместна
 - система совместна и имеет единственное решение
 - система совместна и имеет бесконечное множество решений
8. Если определитель матрицы коэффициентов системы линейных уравнений равен нулю, то система
- имеет единственное решение
 - имеет конечное количество решений
 - либо несовместна, либо имеет бесконечное множество решений

9. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 9 \end{vmatrix}$$

10. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & -3 \\ 0 & 5 & 6 \\ 2 & 0 & 9 \end{vmatrix}$$

11. Равны ли матрица $A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix}$ и матрица A^T ? (да/нет)

12. Вычислить определитель матричного многочлена $f(A)$

$$f(x) = 2x^2 - 3x + 1, A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

13. Вычислить определитель матричного многочлена $P(A)$,

где $p(x) = x^2$,
 $A = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

14. Найти угловой коэффициент k прямой линии, проходящей через точки $(2, -2)$ и $(3, 3)$.

15. Найти угловой коэффициент k прямой линии, проходящей через точки $(5, -1)$ и $(0, 1)$.

16. Определить ранг матрицы $A = \begin{vmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{vmatrix}$

17. Определить ранг матрицы $A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{vmatrix}$

18. Если матрицы A и B можно умножать, следует ли из этого что их можно складывать?
19. Можно ли умножать квадратную матрицу на неквадратную?
20. Если матрицы A и B можно складывать, следует ли из этого что их можно умножать?

21. Может ли произведение неквадратных матриц быть квадратной матрицей?

22. Решить уравнение

$$\begin{vmatrix} 2x - 3 & 4 \\ -x & -3 \end{vmatrix} = 0.$$

Ответ 4,5

23. Решить уравнение

Ответ 5.

$$\begin{vmatrix} x + 3 & x + 1 \\ x - 1 & x - 2 \end{vmatrix} = 0.$$

24. Даны вершины треугольника A(-2;3;-1), B(4; 1; -2) C(1; 1; 2).

Найти длину стороны CB

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1. Список источников и литературы

Основная литература

1. Кремер, Н. Ш. Линейная алгебра : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер, М. Н. Фридман, И. М. Тришин ; под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 422 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08547-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/488965>

Дополнительная литература

1. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1 : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер, М. Н. Фридман, Б. А. Путко, И. М. Тришин ; под редакцией Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 276 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05820-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/513040>

2. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 3 : учебник и практикум для вузов / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 418 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05823-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/452114>

6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».

1. Национальная электронная библиотека (НЭБ) www.rusneb.ru
2. ELibrary.ru Научная электронная библиотека www.elibrary.ru
3. Электронная библиотека Grebennikon.ru www.grebennikon.ru

6.3 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

Доступ к профессиональным базам данных: <https://liber.rsuh.ru/ru/bases>

Информационные справочные системы:

1. Консультант Плюс
2. Гарант

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Лекционный материал для студентов содержит статистические данные, а также сравнительные характеристики изменения динамики экономических показателей.

Для проведения аудиторных занятий по дисциплине необходима аудитория, оснащенная ПК и мультимедиа-проектором.

Перечень программного обеспечения

1. Windows
2. Microsoft Office
3. Kaspersky Endpoint Security

8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или могут быть заменены устным ответом; обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс; для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств; письменные задания оформляются увеличенным шрифтом; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

- для глухих и слабослышащих: лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования; письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме; экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих: в печатной форме увеличенным шрифтом, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.
- для глухих и слабослышащих: в печатной форме, в форме электронного документа.
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих: устройством для сканирования и чтения с камерой SARA CE; дисплеем Брайля PAC Mate 20; принтером Брайля EmBraille ViewPlus;
- для глухих и слабослышащих: автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих; акустический усилитель и колонки;
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1; компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

9. Методические материалы

9.1. Планы семинарских занятий

Тема 1 Системы линейных уравнений (СЛУ). Метод Гаусса. Использование СЛУ в решениях экономических задач: на примере «Задачи о фермере».

План семинара

1. Системы линейных уравнений 2, 3, n-го порядка. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Три типа систем линейных уравнений.
2. Пример Постановки задачи. Сведение текстовой задачи («Задача о фермере», 3 варианта) к системам линейных уравнений 3 типов.

ЗАДАЧА О ФЕРМЕРЕ.

Вариант 1: Фермер вложил в прошлом году в зерноводство, животноводство и овощеводство всего 10 млн.д.е. и получил 780тыс.д.е. прибыли. В текущем году он собирается увеличить вложения в зерноводство в 2 раза, в животноводство в 3 раза, а вложения в овощеводство оставить на прошлогоднем уровне. На все это фермер выделяет 22 млн.д.е. Какую прибыль собирается получить фермер в текущем году, если зерноводство приносит 10% прибыли на вложенные средства, животноводство 8% и овощеводство 6%?

Вариант 2: Рассмотрим задачу из Варианта 1 со следующими изменениями: зерноводство приносит 8% прибыли на вложенные средства, животноводство 10% и овощеводство 6%.

Вариант 3: Рассмотрим задачу из Варианта 2 со следующими изменениями: Фермер получил 840 тыс.д.е. прибыли.

Задания

1. Разбор и решение задачи № 2.1.37 - Метод Гаусса. (Здесь и далее все №№ практических заданий даны по Учебнику [1] из списка Обязательной Литературы.)
2. Постановка и решение «Задачи о фермере».
3. **ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:** №№ 2.1.12, 2.1.13, 2.1.14.

Тема 2 Матрицы. Операции над матрицами. Приведение матрицы системы линейных уравнений к ступенчатому виду. Свойства умножения матриц. Контрольная работа № 1.

План семинара

1. Матрицы: виды матриц.
2. Матричные операции: сложение, умножение, возведение в степень. Возможность выполнения в зависимости от размерности, правила выполнения, свойства. Транспонирование матриц.
3. Матричный полином.
4. Алгоритм приведения матрицы к ступенчатому виду.
5. Правила умножения матриц. Примеры отсутствия коммутативности умножения матриц.

Задания

1. Матрицы. Разбор и решение задач №№ 1.1.1, 1.1.2, 1.1.11, 1.1.7, 1.1.21
2. **ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:** №№ 1.1.3, 1.1.5, 1.1.53, 1.1.17, 1.1.27, 1.1.79, 1.1.80.

Тема 3 Определители матриц, миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.

План семинара

5. Определитель матрицы 2-ого порядка, 3-ого порядка.

6. Правило «треугольников» (правило Саррюса).
7. Миноры и алгебраические дополнения.
8. Определитель матрицы n -го порядка. Теорема Лапласа. Вычисление определителей методом разложения по строке или столбцу.

Задания

2. Вычисление Определителей 2-ого порядка, 3-ого и 4-ого порядка. Разбор и решение задач №№ 1.2.1, 1.2.20, 1.2.13, 1.2.24, 1.2.25, 1.4.1.

2. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 1.2.4, 1.2.6, 1.2.22, 1.2.23, 1.2.26, 1.2.29.

Тема 4 Матричные уравнения. Метод Крамера. Контрольная работа № 2.

План семинара

3. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.
4. Матричные уравнения 2-го и 3-го порядка.

Задания

1. _Решение систем линейных уравнений методом Крамера. Разбор и решение задачи №№ 2.2.2.

3. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 1.4.30, 1.4.34, 2.2.11 (решение методом Крамера)

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:

Выполнение Контрольной работы №1.

Контрольная работа №1: Операции над матрицами. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Вычисление определителей. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.

Контрольная работа №1.

Вычисление матричного полинома.

Решение определенных систем линейных уравнений 3-го порядка

а) методом Гаусса

Поиск определителя матрицы по правилу Саррюса

Поиск определителя матрицы по теореме Лапласа.

Решение определенных систем линейных уравнений 3-го порядка

а) методом Крамера.

Задания

1 Решение индивидуального варианта Контрольной работы №1 (заочная форма обучения) в письменной форме.

Тема 5 Обратная матрица. Построение обратной матрицы.

План семинара

4. Обратная матрица.
5. Присоединенная матрица.
6. Алгоритм вычисления обратной матрицы..

Задания

1. Разбор и решение задач Домашнего задания №№ 1.2.6, 1.2.29.

2. Построение Обратной матрицы. Разбор и решение задачи 1.4.9.3.

3. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 1.4.4, 1.4.10, 1.4.11, 1.4.38, 1.4.39

Тема 6-7 Матричные уравнения. Метод обратной матрицы. Матричные уравнения, характерные для экономических задач.

План семинара

4. Матричные уравнения 2-го и 3-го порядка.
5. Решение матричных уравнений методом обратной матрицы.
6. Матричные уравнения, характерные для экономических задач.

Задания

1. Решение Матричных уравнений методом обратной матрицы. Разбор задачи №№ 1.4.27.

2. Решение Матричных уравнений, характерных для экономических задач. Разбор и решение задачи №№ 1.4.30.

3. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 2.2.22, 2.2.23 (решение методом обратной матрицы), 1.4. 29, 1.4.31.

Тема 8-9 Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Исследование систем линейных уравнений. Базисный минор, базисные и свободные переменные.

План семинара

1. Поиск ранга ступенчатой матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.
2. Поиск ранга расширенной матрицы системы линейных уравнений.
3. Базисный минор, базисные и свободные переменные.
4. Базисное решение.

Задания

1. Нахождение ранга ступенчатой матрицы в задачах Домашнего задания №№ 1.1.79, 1.1.80
2. Нахождение ранга расширенной матрицы системы линейных уравнений в Задаче о фермере (три варианта). Исследование совместности систем линейных уравнений.
3. Решение Матричных уравнений. Разбор и решение задачи №№ 1.4.30.
4. Исследовать систему линейных уравнений. Если она совместна, указать базисный минор, базисные и свободные переменные. Найти базисное решение.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -2 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 = -3 \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 15 \end{cases}$$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 1.1.28, 1.3.2, 1.3.18, 1.4.29, 2.1.47, 2.1.15.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:

Выполнение Итоговой Контрольной работы №2.

Итоговая Контрольная работа (№ 2) (заочная форма обучения)

1. Построение обратной матрицы.
2. Решение определенных систем линейных уравнений 3-го порядка методом обратной матрицы.
3. Решение матричного уравнения, характерного для экономических задач.
4. Исследование систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
5. Решение неопределенных систем линейных уравнений.

Задания

1. Решение индивидуального варианта Итоговой Контрольной работы в письменной форме.
 2. Подготовка индивидуального вопроса Коллоквиума по теоретическому материалу I семестра в письменной форме.
-